# Διπλή κίνηση

| Όνομα προβλήματος | Διπλή κίνηση |
|---|---|
| Αρχείο εισαγωγής | Τυπική είσοδος |
| Αρχείο εξαγωγής | Τυπική έξοδος |
| Όριο Χρόνου | 5 δευτερόλεπτα |
| Όριο Μνήμης | 256 megabytes |

Η Αλίκη και ο Μπομπ παίζουν ένα παιχνίδι και η Κλερ τους βοηθάει. Υπάρχουν $n$ πέτρες, μετρημένες απο το 1 έως το $n$. Το παιχνίδι αποτελείται από τρεις φάσεις.

Στην πρώτη φάση, η Αλίκη και ο Μπομπ κάνουν εναλλασσόμενες κινήσεις. Η Αλίκη κινείται πρώτα. Σε κάθε κίνηση, ένας παίκτης δηλώνει την πρόθεσή του να πάρει μια πέτρα, αλλά αντί να λέει ακριβώς ποια, ονομάζει τις δύο πιθανές επιλογές του. Είναι πιθανό οι δύο επιλογές να είναι ίδιες. Είναι επίσης δυνατό να ονομάσουμε πέτρες που είχαν ήδη ονομαστεί στις προηγούμενες κινήσεις. Στην πρώτη φάση δεν λαμβάνονται πέτρες — οι παίκτες απλώς δηλώνουν τις προθέσεις τους για τη δεύτερη φάση. Η πρώτη φάση τελειώνει όταν γίνουν $n+1$ δηλώσεις.

Ακολουθεί ένα παράδειγμα πρώτης φάσης για $n = 3$:

1. Αλίκη: "Θα πάρω είτε την πέτρα 1 είτε την πέτρα 3"
2. Μπομπ: "Θα πάρω είτε την πέτρα 2 είτε την πέτρα 2"
3. Αλίκη: "Θα πάρω είτε την πέτρα 3 είτε την πέτρα 2"
4. Μπομπ: "Θα πάρω είτε την πέτρα 1 είτε την πέτρα 3"

Στη δεύτερη φάση, για κάθε μια από τις $n+1$ δηλώσεις που έχουν γίνει, η Κλερ επιλέγει μία από τις δύο επιλογές λέγοντας «πρώτη» ή «δεύτερη». Θα καλέσουμε κάθε μια απο τις ακολουθίες του $n+1$ επιλογές που έκανε η Κλερ ως ένα *scenario*. Σημειώστε ότι υπάρχουν ακριβώς $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot 2 = 2^{n+1}$ πιθανά σενάρια. (Ακόμα κι αν, σε κάποια δήλωση, η πρώτη και η δεύτερη επιλογή είναι η ίδια, θεωρούμε ότι επιλέξαμε την επιλογή "πρώτη" ή "δεύτερη" για να καταλήξουμε σε διαφορετικά σενάρια.)

Εδώ είναι ένα από τα 16 σενάρια που θα μπορούσε να επιλέξει η Κλερ στο παραπάνω παράδειγμα:

1. "Πρώτο": Η Αλίκη θα πάρει την πέτρα 1

2. "Πρώτο": Ο Μπομπ θα πάρει την πέτρα 2
3. "Δεύτερο": Η Αλίκη θα πάρει την πέτρα 2
4. "Πρώτο": Ο Μπομπ θα πάρει την πέτρα 1

Τέλος, στην τρίτη φάση, η Αλίκη και ο Μπομπ πραγματικά άρχισαν να παίρνουν πέτρες σύμφωνα με τις αποφάσεις της Κλερ. Ο πρώτος παίκτης που δεν μπορεί να κάνει την απαιτούμενη κίνηση — επειδή έχει ήδη ληφθεί η αντίστοιχη πέτρα — χάνει το παιχνίδι. Σημειώστε ότι επειδή υπάρχουν $n$ πέτρες και $n+1$ κινήσεις, ένας από τους παίκτες πρέπει τελικά να χάσει το παιχνίδι.

Στο παραπάνω παράδειγμα, η Αλίκη ξεκινά παίρνοντας τη πέτρα 1. Ο Μπομπ συνεχίζει παίρνοντας τη πέτρα 2. Η Αλίκη θέλει να συνεχίσει παίρνοντας τη πέτρα 2, αλλά είχε ήδη ληφθεί, έτσι η Αλίκη χάνει το παιχνίδι και ως εκ τούτου κερδίζει ο Μπομπ.

Σας δίνεται ο αριθμός $n$, και την κατάσταση του παιχνιδιού σε κάποιο σημείο κατά την πρώτη φάση: μια ακολουθία δηλώσεων $k$ που έχουν ήδη γίνει. Αυτές οι δηλώσεις μπορεί να είναι εντελώς αυθαίρετες.

Από εδώ και πέρα, η Αλίκη και ο Μπομπ θα παίξουν το παιχνίδι με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, όπως περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο.

Ανεξάρτητα από το πώς παίζουν η Αλίκη και ο Μπομπ, η Κλερ είναι επίσης πιθανό να επιλέξει καθένα από τα πιθανά σενάρια $2^{n+1}$ . Η Αλίκη και ο Μπομπ το γνωρίζουν αυτό και επομένως όταν παίζουν βέλτιστα, προσπαθούν και οι δύο να ελαχιστοποιήσουν τον αριθμό των σεναρίων στα οποία χάνουν.

Ας υποθέσουμε ότι η Αλίκη και ο Μπομπ θα παίξουν το υπόλοιπο παιχνίδι όπως περιγράφεται παραπάνω. Για καθέναν από τους δύο παίκτες βρείτε τον αριθμό των σεναρίων στα οποία κερδίζουν το παιχνίδι.

# Είσοδος

Η πρώτη γραμμή εισαγωγής περιέχει τους αριθμούς $n$ και $k$ ($1 \le n \le 35$, $0 \le k \le n+1$): τον αριθμό των πετρών και τον αριθμό των δηλώσεων που έχουν ήδη γίνει.

Η υπόλοιπη είσοδος αποτελείται από $k$ γραμμές, καθεμία από τις οποίες περιγράφει μία δήλωση, με τη σειρά με την οποία έγιναν. Κάθε μία από αυτές τις γραμμές περιέχει δύο ακέραιους διαχωρισμένους με κενό: τους αριθμούς των δύο πετρών (και οι δύο μεταξύ των 1 και $n$, χωρίς αποκλεισμούς, και όχι απαραίτητα "διακρίσεις").

Σημειώστε ότι όταν $k < n+1$, ο επόμενος παίκτης που θα κάνει μια δήλωση εξαρτάται από την ισοτιμία του $k$.

# Έξοδος

Η έξοδος είναι μια γραμμή με δύο ακέραιους διαχωρισμένους με το διάστημα: τον αριθμό των σεναρίων στα οποία κερδίζει η Αλίκη και τον αριθμό των σεναρίων στα οποία κερδίζει ο Μπομπ, υποθέτοντας ότι και οι δύο παίκτες παίζουν το υπόλοιπο παιχνίδι όπως περιγράφεται στη δήλωση.

Σημειώστε ότι το άθροισμα των δύο αριθμών που "εκτυπώνετε" πρέπει να είναι ίσο με $2^{n+1}$.

# Βαθμολογία

Υποπρόβλημα 1 (15 βαθμοί): $n \leq 4$.

Υποπρόβλημα 2 (34 βαθμοί): $n \leq 10$.

Υποπρόβλημα 3 (20 βαθμοί): $n \leq 25$.

Υποπρόβλημα 4 (10 βαθμοί): $k = 0$.

Υποπρόβλημα 5 (21 βαθμοί): χωρίς πρόσθετους περιορισμούς.

# Παραδείγματα

| **Τυπική είσοδος** | **Τυπική έξοδος** |
|---|---|
| 3 4<br>1 3<br>2 2<br>3 2<br>1 3 | 4 12 |
| 2 0 | 4 4 |

# Σημείωση

Το πρώτο παράδειγμα αντιστοιχεί στο παράδειγμα της δήλωσης προβλήματος. Δεν υπάρχουν περισσότερες δηλώσεις που πρέπει να γίνουν, οπότε πρέπει απλώς να δούμε πόσες πιθανές αποφάσεις της Κλερ οδηγούν στη νίκη της Αλίκης και πόσες από αυτές οδηγούν στη νίκη του Μπομπ. Η Αλίκη θα κερδίσει αν η Κλέρ πάρει την πέτρα 1 για την πρώτη της κίνηση, και την πέτρα 3 στη δεύτερη κίνηση, και χάσει σε όλες τις άλλες περιπτώσεις.

Στο δεύτερο παράδειγμα, εάν η Αλίκη ξεκινήσει δηλώνοντας "1 1" , ο Μπομπ θα συνεχίσει "2  2", και ανεξάρτητα από το τι δηλώνει η Αλίκη στην τρίτη κίνηση, θα χάσει, καθώς η Κλερ θα πρέπει να πάρει πέτρα 1 για την πρώτη κίνηση, και πέτρα 2 για τη δεύτερη κίνηση, και δεν θα απομείνουν πέτρες για την Αλίκη στην τρίτη κίνηση. Ωστόσο, αυτή δεν είναι η βέλτιστη πρώτη κίνηση για την Αλίκη: αντ 'αυτού, πρέπει να ξεκινήσει δηλώνοντας "1  2". Τότε, ανεξάρτητα από το τι κάνει ο Μπομπ στη δεύτερη κίνηση και τι κάνει η Αλίκη στην τρίτη κίνηση, καθένας από αυτούς θα κερδίσει σε 4 περιπτώσεις από τις 8.